TS2 - Physique-Chimie
Devoir en classe n°5 - Durée : 2h
Jeudi 16 janvier 2020

EXERCICE I : ROSETTA, PHILAE ET LEURS PLANS SUR LA COMÈTE (8 points)

La mission Rosetta de l'Agence Spatiale Européenne (ESA) a pour objectif l'étude de la comète Churyumov-Gerasimenko. Le lancement de la sonde Rosetta a eu lieu le 2 mars 2004 grâce à la fusée Ariane 5. Très peu de manœuvres d'orbite ont été nécessaires pour amener Rosetta à la comète Churyumov-Gerasimenko. La sonde spatiale, après s'être placée en orbite autour de la comète pour une période d'observation de plusieurs mois, a envoyé le 12 novembre 2014 un petit atterrisseur, Philae. ***Les parties 1 et 2 sont indépendantes****.*

1. Lancement de la sonde Rosetta

On se propose dans cette partie d'étudier le décollage de la fusée ayant mis Rosetta sur son chemin. Les données se trouvent dans le ***document 1*** *(ci-dessous). On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen. À la date $t = 0$ s, le système est immobile. À la date $t = 1$ s, la fusée a éjecté une masse de gaz notée m_g à la vitesse $\overrightarrow{v_g}$. Sa masse est alors notée m_f et sa vitesse $\overrightarrow{v_f}$.*

1.1. Modèle simplifié du décollage

Dans ce modèle simplifié, on suppose que le système $\{$fusée + gaz$\}$ est isolé.

1.1.1. En comparant la quantité de mouvement du système considéré aux dates $t = 0$ s et $t = 1$ s, démontrer que $\overrightarrow{v_f} = -\dfrac{m_g}{m_f} \cdot \overrightarrow{v_g}$. Quelle est la conséquence de l'éjection de ces gaz sur le mouvement de la fusée ?

1.1.2. Après avoir démontré numériquement que la variation de la masse de la fusée est négligeable au bout d'une seconde après le décollage, calculer la valeur de la vitesse de la fusée à cette date $t = 1$ s.

1.2. Étude plus réaliste du décollage

1.2.1. *En réalité, la valeur de la vitesse v_f est très inférieure à celle calculée à la question précédente. Le système $\{$fusée + gaz$\}$ n'est en fait pas isolé.* Quelle force n'aurait-on pas dû négliger ?

On considère désormais le système $\{$fusée$\}$. Il est soumis à son poids et à la force de poussée $\overrightarrow{F}$ définie par la relation $\overrightarrow{F} = -D \cdot \overrightarrow{v_g}$ où D est la masse de gaz éjectée par seconde (voir le débit d'éjection des gaz dans le ***document 1****).*

1.2.2. Par analyse dimensionnelle, montrer que le produit $D \cdot v_g$ est homogène à une force.

1.2.3. Vérifier par une application numérique que la fusée peut effectivement décoller.

Document 1 : Lancement de la sonde Rosetta par Ariane 5

Le 2 mars 2004, un lanceur Ariane 5 a décollé du port spatial de l'Europe à Kourou (Guyane) avec à son bord la sonde Rosetta portant elle-même l'atterrisseur Philae.

Au moment du décollage, la masse de la fusée est de $7,8 \cdot 10^2$ tonnes.

Données concernant le décollage :

- *intensité de la pesanteur à Kourou : $g = 9,78 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$*
- *débit d'éjection des gaz au décollage : $D = 2,9 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$*
- *vitesse d'éjection des gaz au décollage : $v_g = 4,0 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$*

2. Largage de Philae sur Chury : une querelle d'ingénieurs !

Pour larguer le module Philae sur Chury, les ingénieurs ont dû choisir une altitude h. Les uns souhaitaient privilégier une vitesse d'impact faible lors de l'atterrissage, alors que les autres souhaitaient préserver Rosetta en la maintenant à distance de Chury. Pour cela, ils ont mis au point un modèle simplifié afin de discuter. Le **document 2** *(ci-dessous) représente la situation. Les hypothèse simplificatrices suivantes ont été faites :*

- la comète Chury est sphérique de rayon $R = 2,000$ km et de masse $M = 1,68 \cdot 10^{13}$ kg ;
- la sonde Rosetta est située à une altitude h à choisir avec pertinence ;
- Philae subit une accélération supposée constante $a(h)$ proportionnelle à l'attraction gravitationnelle subie à l'altitude moyenne $\dfrac{h}{2}$;
- Philae est lâché sans vitesse initiale de l'altitude h dans le référentiel lié à Chury et supposé galiléen.

On mènera les calculs pour une altitude h qui vaudra soit 2000 m, *soit* 3000 m.

2.1. Démontrer que l'expression littérale de la norme de l'accélération moyenne subie par l'atterrisseur Philae à l'altitude $\frac{h}{2}$ est $a(h) = G\dfrac{M}{\left(R + \dfrac{h}{2}\right)^2}$ où $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ m$^3 \cdot$ kg$^{-1} \cdot$ s^{-2}. Représenter l'accélération $\overrightarrow{a(h)}$ sans souci d'échelle sur le document 2.

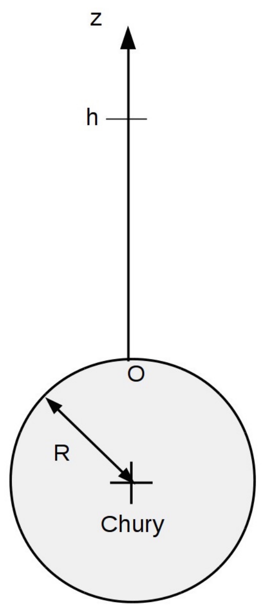
2.2. Évaluer numériquement la norme de cette accélération pour les deux altitudes $h = 2000$ m et $h = 3000$ m.

2.3. Démontrer qu'avec l'accélération supposée constante, la chute de Philae vérifie l'équation horaire $z(t) = -\dfrac{1}{2} \cdot a(h) \cdot t^2 + h$

2.4. Démontrer que la durée de la chute de Philae s'exprime sous la forme $t_{sol} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot h}{a(h)}}$. Évaluer cette durée pour les altitudes $h = 2000$ m et $h = 3000$ m.

2.5. En déduire la vitesse d'atterrissage v_{att} pour les altitudes $h = 2000$ m et $h = 3000$ m. Quelle altitude fallait-il choisir pour éviter de trop endommager Philae ?

Document 2 : Situation du largage de Philae de l'altitude h (Chury est considérée comme sphérique dans cette modélisation)

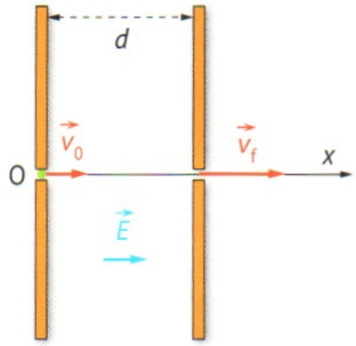


EXERCICE II : MOUVEMENT D'UN PROTON (12 points)

Un faisceau de protons traverse successivement trois régions de l'espace notées I, II et III sur le document ci-dessous. Dans cet exercice, on néglige l'action du poids du proton sur son mouvement qui sera étudié dans le référentiel terrestre que l'on considèrera comme galiléen. ***Les parties 1, 2 et 3 sont indépendantes****.*

Région I

Accélérateur linéaire de particules

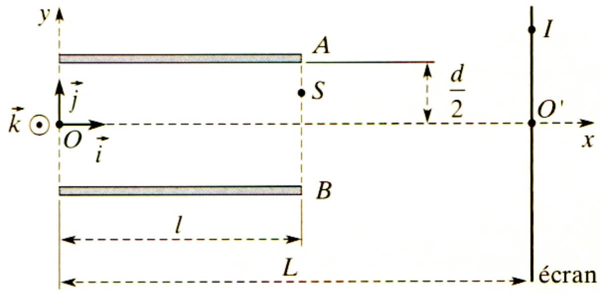


Région II

Le champ électrostatique y est nul

Région III

Déviation de protons



1. Mouvement d'un proton dans la région I

Dans un accélérateur linéaire de particules, un proton de charge électrique e et de masse m, animé d'une vitesse de valeur $v_0 = 7,5 \cdot 10^5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, pénètre entre les deux armatures parallèles et verticales d'un condensateur plan. Dans ce condensateur règne un champ électrostatique uniforme de valeur $E = 1,0\ \mathrm{kV \cdot m^{-1}}$. La vitesse finale du proton à la sortie de l'accélérateur a pour valeur $v_f = 2 \cdot v_0$.

1.1. Montrer par un calcul qu'il est légitime de négliger l'intensité du poids du proton par rapport à l'intensité de la force électrostatique qui s'exerce sur le proton.

1.2. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du proton.

1.3. Projeter cette relation sur l'axe (Ox) et établir la relation entre l'accélération a_x, E, m et e.

1.4. Quelle est la nature du mouvement du proton ? Justifier la réponse.

Données :

- masse du proton : $m = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg
- charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C
- intensité du champ de pesanteur : $g = 9,8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

2. Mouvement d'un proton dans la région II

Dans la région II, le champ électrostatique est nul.

Quelle est la nature du mouvement du proton dans cette région ? Justifier soigneusement la réponse.

3. Mouvement d'un proton dans la région III

Un proton arrive au point O dans un condensateur plan avec une vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$ de direction parallèle aux armatures A et B du condensateur. Les armatures, constituées de deux plaques métalliques carrées (A et B), de côté ℓ, sont placées horizontalement et parallèlement l'une à l'autre. On note d la distance entre les deux armatures. On applique une tension U entre ces deux armatures et on note e la charge et m la masse du proton.

3.1. *On souhaite que le proton soit dévié vers le haut.* Compléter la figure de la région III ci-dessous et représenter, sans souci d'échelle, le champ électrostatique $\vec{E}$ et la force électrostatique $\vec{F}$.

3.2. Quelle est l'armature chargée positivement ? Justifier la réponse.

3.3. Donner les expressions des composantes a_x et a_y du vecteur accélération dans le repère représenté sur la figure en fonction des grandeurs E, e et m.

3.4. Établir les équations horaires de la vitesse et de la position du proton dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ en fonction des grandeurs E, e, m et V_0.

3.5. Établir l'équation de la trajectoire du proton en fonction des grandeurs E, e, m et V_0.

3.6. Vérifier que l'ordonnée du point S pour lequel $x_S = \ell$ est donnée par la relation $y_S = \dfrac{e \cdot U \cdot \ell^2}{2 \cdot m \cdot d \cdot {V_0}^2}$ puis calculer la valeur de y_S.

Données :

- masse du proton : $m = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg
- charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C
- facteurs géométriques : $\ell = d = 6,0$ cm et $L = 0,50$ m
- vitesse initiale du proton : $V_0 = 1,5 \cdot 10^6$ m $\cdot$ s^{-1}
- tension électrique entre les armatures A et B : $U = 4,0$ kV
- intensité du champ électrostatique dans un condensateur plan : $E = \dfrac{U}{d}$
- dans un condensateur plan, la champ électrostatique $\vec{E}$ est perpendiculaire aux armatures et orienté de l'armature positivement chargée vers l'armature négativement chargée

ANNEXE (À RENDRE AVEC LA COPIE)

Exercice II – Question 3.1. – Région III