**TS2 - Physique-Chimie**
**Devoir en classe n°5 - Durée : 2h**
**Proposition de correction**

# EXERCICE I : ROSETTA, PHILAE ET LEURS PLANS SUR LA COMÈTE (8 points)

## 1. Lancement de la sonde Rosetta

### 1.1. Modèle simplifié du décollage

**1.1.1.** L'étude se fait dans le référentiel terrestre considéré galiléen et le système est supposé isolé. Il y a donc conservation de la quantité de mouvement totale du système entre les deux dates étudiées. Or, à $t = 0$ s, $\overrightarrow{p_0} = \overrightarrow{0}$ car le système est immobile à cette date d'après l'énoncé.

À la date $t = 1$ s, la fusée de masse $m_f$ accuse une vitesse $\overrightarrow{v_f}$ tandis que les gaz éjectés, de masse $m_g$, ont une vitesse $\overrightarrow{v_g}$ de sorte que la quantité de mouvement du système {fusée+gaz} à cette date s'écrit $\overrightarrow{p_1} = m_f \cdot \overrightarrow{v_f} + m_g \cdot \overrightarrow{v_g}$.

D'après la conservation de la quantité de mouvement, il vient donc $\overrightarrow{0} = m_f \cdot \overrightarrow{v_f} + m_g \cdot \overrightarrow{v_g}$ d'où $m_f \cdot \overrightarrow{v_f} = -m_g \cdot \overrightarrow{v_g}$ ou encore $\overrightarrow{v_f} = -\dfrac{m_g}{m_f} \cdot \overrightarrow{v_g}$

Comme le vecteur vitesse d'éjection des gaz est dirigé verticalement vers le bas, celui de la fusée est dirigé verticalement vers le haut en raison du signe négatif dans la relation précédente. Cela a donc pour effet de propulser la fusée vers le haut pour lui permettre de décoller.

**1.1.2.** D'après le **document 1**, la fusée éjecte $2,9 \cdot 10^3$ kg de gaz par seconde au décollage. La masse de la fusée a donc varié de cette valeur au bout d'une seconde. Ainsi, à la date $t = 0$ s, la fusée à une masse $m_1 = 7,8 \cdot 10^2$ tonnes $= 7,8 \cdot 10^5$ kg et à la date $t = 1$ s une masse $m_1 = 7,8 \cdot 10^5 - 2,9 \cdot 10^3$ kg. Variation relative de masse : $\dfrac{\Delta m}{m} = \dfrac{m_0 - m_1}{m_0} = 3,7 \cdot 10^{-3} = 0,37\%$, ce qui est négligeable.

On a donc $v_f = \dfrac{m_g}{m_f} \cdot v_g = \dfrac{2,9 \cdot 10^3}{7,8 \cdot 10^5} \cdot 4,0 \cdot 10^3 = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

### 1.2. Étude plus réaliste du décollage

**1.2.1.** Il n'aurait pas fallu négliger les forces de frottements qui font que le système n'est pas du tout isolé.

**1.2.2.** Analyse dimensionnelle du débit : $[D] = M \cdot T^{-1}$. Or $[v_g] = L \cdot T^{-1}$ d'où la dimension du produit $[D \cdot v_g] = M \cdot T^{-1} \times L \cdot T^{-1} = M \cdot L \cdot T^{-2}$. Or le poids d'intensité $P = m \cdot g$ est un exemple de force et $g$ est une accélération d'où $[F] = [P] = [m \cdot g] = M \times L \cdot T^{-2} = M \cdot L \cdot T^{-2}$. Le produit $D \cdot v_g$ est donc bel et bien homogène à une force.

**1.2.3.** La fusée peut décoller à condition que la force de propulsion soit plus intense que le poids de la fusée. Calculons donc l'intensité de ces deux forces :

$P = m \cdot g = 7,8 \cdot 10^5 \times 9,78 = 7,6 \cdot 10^6$ N et $F = D \cdot v_g = 2,9 \cdot 10^3 \times 4,0 \cdot 10^3 = 1,2 \cdot 10^7$ N. Ainsi, $F > P$ et la fusée peut décoller (dans l'hypothèse de l'énoncé où seules ces deux forces s'exercent sur elle).

## 2. Largage de Philae sur Chury : une querelle d'ingénieurs !

**2.1.** On se place dans le référentiel lié à Chury, supposé galiléen pendant le largage de Philae dont la masse $m_P$ est supposée constante au cours du largage. Dans ces conditions, on peut appliquer à Philae la deuxième loi de Newton, sachant que seule la force de gravitation $\overrightarrow{F_{C/P}}$ exercée par Chury sur Philae s'exerce sur ce dernier :

$\overrightarrow{F_{C/P}} = -G \cdot \dfrac{\cancel{m_P} \cdot M}{(R+z)^2} \cdot \overrightarrow{k} = \cancel{m_P} \cdot \overrightarrow{a(h)}$ avec les notations du **document 4**. Or l'accélération est supposée constante et égale à sa valeur à l'altitude moyenne $z = \dfrac{h}{2}$ d'où, $\overrightarrow{a(h)} = -G \cdot \dfrac{M}{\left(R + \dfrac{h}{2}\right)^2} \cdot \overrightarrow{k}$ puis en passant à la norme $a(h) = G \cdot \dfrac{M}{\left(R + \dfrac{h}{2}\right)^2}$.

**2.2.** $a(2000\ m) = G \cdot \dfrac{M}{\left(R + \dfrac{h}{2}\right)^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \dfrac{1,68 \cdot 10^{13}}{\left(2000 + \dfrac{2000}{2}\right)^2} = 1,25 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

$a(3000\ m) = G \cdot \dfrac{M}{\left(R + \dfrac{h}{2}\right)^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \dfrac{1,68 \cdot 10^{13}}{\left(2000 + \dfrac{3000}{2}\right)^2} = 9,15 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

**2.3.** L'accélération $a(h)$ est supposée constante et $\overrightarrow{a} = -a(h) \cdot \overrightarrow{k} = \ddot{z} \cdot \overrightarrow{k}$ d'où $\ddot{z} = -a(h) = cste$ donc $\dot{z} = -a(h) \cdot t + v_{z_0} = -a(h) \cdot t$, Philae étant largué sans vitesse initiale. Il vient par conséquent $z(t) = -\dfrac{1}{2} \cdot a(h) \cdot t^2 + z_0 = -\dfrac{1}{2} \cdot a(h) \cdot t^2 + h$, Philae étant largué d'une altitude $z_0 = h$.

**2.4.** La chute sera terminée lorsque Philae touchera le sol de Chury, soit $z(t_{sol}) = 0$ d'où l'équation $-\dfrac{1}{2} \cdot a(h) \cdot t_{sol}^2 + h = 0$ qui mène à $t_{sol}^2 = \dfrac{2 \cdot h}{a(h)}$, soit $t_{sol} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot h}{a(h)}}$

$t_{sol}(h = 2000\ m) = \sqrt{\dfrac{2 \times 2000}{1,25 \cdot 10^{-4}}} = 5,66 \cdot 10^3\ \mathrm{s} = 1\ \mathrm{h}\ 34\ \mathrm{min}$

$t_{sol}(h = 3000\ m) = \sqrt{\dfrac{2 \times 3000}{9,15 \cdot 10^{-5}}} = 8,10 \cdot 10^3\ \mathrm{s} = 2\ \mathrm{h}\ 15\ \mathrm{min}$

**2.5.** $v_{att} = v(t_{sol}) = \sqrt{[\dot{z}(t_{sol})]^2} = a(h) \cdot t_{sol}$

$v_{att}(2000\ m) = a(2000\ m) \times t_{sol}(h = 2000\ m) = 1,25 \cdot 10^{-4} \times 5,66 \cdot 10^3 = 7,08 \cdot 10^{-1}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

$v_{att}(3000\ m) = a(3000\ m) \times t_{sol}(h = 3000\ m) = 9,15 \cdot 10^{-5} \times 8,10 \cdot 10^3 = 7,41 \cdot 10^{-1}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

Il fallait donc choisir une altitude de 2000 m pour éviter d'endommager Philae.

**EXERCICE II : MOUVEMENT D'UN PROTON (12 points)**

## 1. Mouvement d'un proton dans la région I

**1.1.** Poids du proton : $P = m \cdot g = 1,7 \cdot 10^{-27} \times 9,8 = 1,7 \cdot 10^{-26}$ N

Force électrique exercée sur le proton : $F = e \cdot E = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 1,0 \cdot 10^{3} = 1,6 \cdot 10^{-16}$ N

La force électrique est donc $10^{10}$ fois plus intense que le poids du proton qui peut donc être négligé.

**1.2.** Le système étudié est le proton, de masse constante. On se place dans le référentiel terrestre que l'on considère comme galiléen. La seule force considérée est la force électrique $\overrightarrow{F} = e \cdot \overrightarrow{E}$ car le poids du proton est négligé au même titre que les frottements (le mouvement a lieu dans le vide). D'après la deuxième loi de Newton appliquée à un système de masse constante, on obtient :

$$\overrightarrow{F} = m \cdot \overrightarrow{a} \text{ soit } e \cdot \overrightarrow{E} = m \cdot \overrightarrow{a} \text{ ou encore } \overrightarrow{a} = \frac{e \cdot \overrightarrow{E}}{m}$$

**1.3.** D'après la figure, on a $\overrightarrow{E} = E \cdot \vec{\imath}$ donc $\overrightarrow{a} = a_x \cdot \vec{\imath} + a_y \cdot \vec{\jmath} = \frac{e \cdot E}{m} \cdot \vec{\imath}$ d'où $\boxed{a_x = \frac{e \cdot E}{m}}$ et $\boxed{a_y = 0}$

**1.4.** D'après ce qui précède, l'accélération est constante sur l'axe $(Ox)$ et nulle sur l'axe $(Oy)$. Le mouvement du proton est donc rectiligne et uniformément accéléré sur l'axe $(Ox)$.

## 2. Mouvement d'un proton dans la région II

Dans la région II, le proton n'est soumis qu'à son poids, qui présente une intensité très faible comme nous l'avons démontré. En effet, la force électrostatique y est nulle car le champ électrique y est nul. On peut donc considéré que, dans le référentiel du laboratoire considéré galiléen, le proton n'est soumis à aucune force. En vertu du principe d'inertie, le mouvement du proton dans la région II est donc rectiligne uniforme.

## 3. Mouvement d'un proton dans la région III

**3.1.** Le proton étant dévié vers le haut, il faut que la force électrique soit dirigée vers le haut. En outre, on sait que $\overrightarrow{F} = q \cdot \overrightarrow{E}$ et que le champ électrique est perpendiculaire aux armatures donc la force est dirigée vers le haut et perpendiculairement aux armatures. D'après la relation précédente, le champ électrique a même sens et même direction que la force car la charge électrique d'un proton est positive.

**3.2.** Le proton doit être dévié vers le haut : il doit donc être attiré par l'armature A qui doit donc être chargée négativement. Ainsi, l'armature B doit être chargée positivement (deux charges de même signe se repoussent).

**3.3.** Le système étudié est le proton, de masse constante. On se place dans le référentiel terrestre que l'on considère comme galiléen. La seule force considérée est la force électrique $\overrightarrow{F} = e \cdot \overrightarrow{E}$ car le poids du proton est négligé au même titre que les frottements (le mouvement a lieu dans le vide). D'après la deuxième loi de Newton appliquée à un système de masse constante, on obtient :

$$\overrightarrow{F} = m \cdot \overrightarrow{a} \text{ soit } e \cdot \overrightarrow{E} = m \cdot \overrightarrow{a} \text{ ou encore } \overrightarrow{a} = \frac{e \cdot \overrightarrow{E}}{m}$$

En outre, on a $\overrightarrow{E} = E \cdot \vec{\jmath}$ donc $\overrightarrow{a} = a_x \cdot \vec{\imath} + a_y \cdot \vec{\jmath} = \frac{e \cdot E}{m} \cdot \vec{\jmath}$ d'où $\boxed{a_x = 0}$ et $\boxed{a_y = \frac{e \cdot E}{m}}$

**3.4.** Par intégration, on trouve les équations horaires pour la vitesse :

$v_x = v_{x_0} = V_0$ et $v_y = \dfrac{e \cdot E}{m} \cdot t + v_{y_0} = \dfrac{e \cdot E}{m} \cdot t$ car la vitesse initiale est horizontale : $\overrightarrow{V_0} = V_0 \cdot \vec{\imath}$

De même, par intégration, on trouve les équations horaires pour la position :

$x(t) = V_0 \cdot t + x_0 = V_0 \cdot t$ et $y(t) = \dfrac{e \cdot E}{2 \cdot m} \cdot t^2 + y_0 = \dfrac{e \cdot E}{2 \cdot m} \cdot t^2$ car le proton part de l'origine $O$ du repère choisi.

**3.5.** D'après la première équation horaire, on obtient que $t = \dfrac{x}{V_0}$ et en injectant cette relation dans la seconde équation horaire, on obtient l'équation de la trajectoire : $y = \dfrac{e \cdot E}{2 \cdot m} \cdot t^2 = \dfrac{e \cdot E}{2 \cdot m} \cdot \left(\dfrac{x}{V_0}\right)^2 = \dfrac{e \cdot E}{2 \cdot m \cdot V_0^2} \cdot x^2$

**3.6.** Lorsque le proton arrive à l'extrémité du condensateur plan, $x_S = \ell$. En outre, $E = \dfrac{U}{d}$. En remplaçant dans l'équation de la trajectoire précédente, on obtient l'expression de $y_S$ :

$$y_S = \frac{e \cdot E}{2 \cdot m \cdot V_0^2} \cdot x_S^2 = \frac{e \cdot U \cdot \ell^2}{2 \cdot m \cdot d \cdot V_0^2} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \times 4,0 \cdot 10^3 \times (6,0 \cdot 10^{-2})^2}{2 \times 1,7 \cdot 10^{-27} \times 6,0 \cdot 10^{-2} \times (1,5 \cdot 10^6)^2} = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$y_S = 5,0$ mm