

TS2 - Physique-Chimie
Devoir en classe n°3 - Durée : 2h
Proposition de correction

EXERCICE I : pH D'UN MÉLANGE – 8 POINTS

1. Étude de deux solutions

1.1. Équation de la réaction de l'acide nitreux sur l'eau : $\text{HNO}_2(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\ell) \rightleftharpoons \text{NO}_2^-(\text{aq}) + \text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$

$$\text{Constante d'équilibre : } K_{A_1} = \frac{[\text{NO}_2^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{HNO}_2]_{\text{éq}}}$$

1.2. Équation de la réaction de l'ion méthanoate sur l'eau : $\text{HCOO}^-(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\ell) \rightleftharpoons \text{HCOOH}(\text{aq}) + \text{HO}^-(\text{aq})$

$$\text{Constante d'acidité du couple concerné : } K_{A_2} = \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}$$

1.3. Diagramme de prédominance du couple $\text{HNO}_2(\text{aq})/\text{NO}_2^-(\text{aq})$:

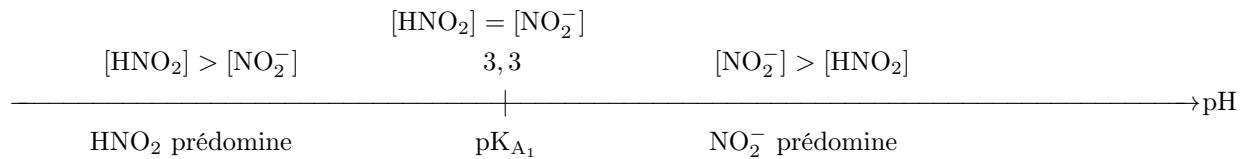
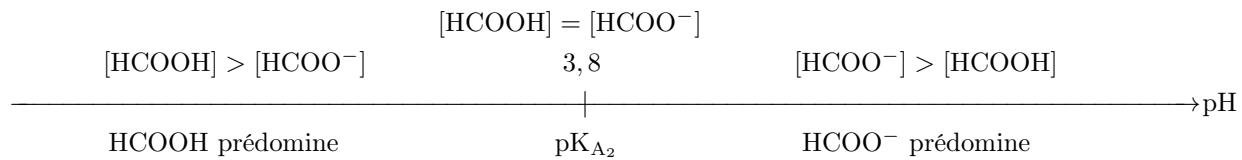


Diagramme de prédominance du couple $\text{HCOOH}(\text{aq})/\text{HCOO}^-(\text{aq})$:



1.4. Dans la solution 1, $\text{pH}_1 = 1,3 < \text{pK}_{A_1}$ donc l'espèce prédominante est HNO_2 .

Dans la solution 2, $\text{pH}_2 = 8,7 > \text{pK}_{A_2}$ donc l'espèce prédominante est HCOO^- .

2. Étude d'un mélange de ces solutions

2.1. Quantité de matière d'acide nitreux : $n_1 = C_1 \cdot V = 0,20 \times 200 \cdot 10^{-3} = 4,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$

Quantité de matière de méthanoate de sodium : $n_2 = C_2 \cdot V = 0,40 \times 200 \cdot 10^{-3} = 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$

2.2. Équation de la réaction : $\text{HNO}_2(\text{aq}) + \text{HCOO}^-(\text{aq}) \rightleftharpoons \text{NO}_2^-(\text{aq}) + \text{HCOOH}(\text{aq})$

2.3. Tableau d'évolution du système chimique au cours de la transformation :

(en mol)	$\text{HNO}_2(\text{aq})$	$+$	$\text{HCOO}^-(\text{aq})$	\rightarrow	$\text{NO}_2^-(\text{aq})$	$+$	$\text{HCOOH}(\text{aq})$
État initial	n_1		n_2		0		0
État intermédiaire	$n_1 - x$		$n_2 - x$		x		x
État d'équilibre	$n_1 - x_f$		$n_2 - x_f$		x_f		x_f

2.4. D'après le tableau d'avancement :

$$[\text{NO}_2^-]_{\text{éq}} = [\text{HCOOH}]_{\text{éq}} = \frac{x_f}{2 \cdot V} = \frac{3,3 \cdot 10^{-2}}{2 \times 200 \cdot 10^{-3}} = 8,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{HNO}_2]_{\text{éq}} = \frac{n_1 - x_f}{2 \cdot V} = \frac{4,0 \cdot 10^{-2} - 3,3 \cdot 10^{-2}}{2 \times 200 \cdot 10^{-3}} = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} = \frac{n_2 - x_f}{2 \cdot V} = \frac{8,0 \cdot 10^{-2} - 3,3 \cdot 10^{-2}}{2 \times 200 \cdot 10^{-3}} = 1,2 \cdot 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

2.5. D'après la relation de Henderson-Hasselbach appliquée au couple de l'acide nitreux :

$$\text{pH}_3 = \text{pK}_{A_1} + \log \frac{[\text{NO}_2^-]_{\text{éq}}}{[\text{HNO}_2]_{\text{éq}}} = 3,3 + \log \left(\frac{8,3 \cdot 10^{-2}}{1,8 \cdot 10^{-2}} \right) = 4,0$$

D'après la relation de Henderson-Hasselbach appliquée au couple de l'acide méthanoïque :

$$\text{pH}_3 = \text{pK}_{A_2} + \log \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}} = 3,8 + \log \left(\frac{1,2 \cdot 10^{-1}}{8,3 \cdot 10^{-2}} \right) = 4,0$$

On retrouve bien entendu le même pH quel que soit le couple utilisé car il y a unicité du pH d'une solution. Chaque couple peut être utilisé dans la mesure où les quatre espèces chimiques cohabitent au sein du mélange.

EXERCICE II : QUAND LES ASTROPHYSICIENS VOIENT ROUGE... – 12 POINTS

1. L'EFFET DOPPLER

D'après le document 1, lorsque la source s'éloigne de l'observateur, la longueur d'onde perçue λ' est plus grande que la longueur d'onde émise par la source λ_0 , soit $\lambda' > \lambda_0$. Or, dans les relations (1) et (3), $\lambda' < \lambda_0$ car $v < c$ et $\left(1 - \frac{v}{c}\right) < 1$. Ces deux relations sont donc fausses. La relation (2) est également fausse car elle n'est pas homogène aux dimensions : une longueur ne peut pas être égale à une longueur multipliée par une vitesse. Seule la relation (4) est donc valide et on a : $\lambda' = \lambda_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{c}\right)$.

2. DÉTERMINATION DE LA VITESSE D'UNE GALAXIE

2.1. Étude des raies H_α , H_β et H_γ

Nom de la raie	Longueur d'onde de référence λ_0 (nm)	Longueur d'onde mesurée λ' (nm)	Décalage spectral relatif z
H_α	656	683	$4,12 \cdot 10^{-2} = 4,12\%$
H_β	486	507	$4,32 \cdot 10^{-2} = 4,32\%$
H_γ	434	451	$3,92 \cdot 10^{-2} = 3,92\%$

2.2. Choix du modèle d'étude

2.2.1. D'après la première partie, on a : $\lambda' = \lambda_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{c}\right)$ soit $\frac{\lambda'}{\lambda_0} = 1 + \frac{v}{c}$ d'où il vient $\frac{v}{c} = \frac{\lambda'}{\lambda_0} - 1$ et par suite $v = c \left(\frac{\lambda'}{\lambda_0} - 1 \right)$.

2.2.2. Calcul de la valeur de la vitesse de la galaxie TGS153Z170 en travaillant avec les valeurs de la raie H_β : $v = c \left(\frac{\lambda'_\beta}{\lambda_{0\beta}} - 1 \right) = 3,00 \cdot 10^8 \times \left(\frac{507 \cdot 10^{-9}}{486 \cdot 10^{-9}} - 1 \right) = 1,30 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

2.2.3. Calcul de l'écart relatif ϵ entre la valeur calculée à partir du modèle non-relativiste et la valeur obtenue avec le modèle relativiste :

$$\epsilon = \frac{|v - v_{\text{rel}}|}{v_{\text{rel}}} = \frac{|1,30 \cdot 10^7 - 1,27 \cdot 10^7|}{1,27 \cdot 10^7} = 2,4\% < 5\%. \text{ Le modèle non-relativiste est donc valable et il n'est pas utile de tenir compte de la relativité dans la suite de l'étude.}$$

2.3. Décalage vers le rouge

2.3.1. D'après le tableau précédent, quelle que soit la raie considérée, on voit que $\lambda' > \lambda_0$ ce qui signifie que la longueur d'onde perçue est plus grande que la longueur d'onde émise. Or dans le spectre visible, le rouge correspond aux plus grandes longueurs d'ondes. On en déduit donc que la longueur d'onde se décale, par effet Doppler, vers le rouge : c'est ce qu'on appelle le « redshift ».

2.3.2. Voir le tableau à la question **2.1**.

2.3.3. La meilleure estimation de z est la moyenne des trois valeurs trouvées puisque z ne dépend pas de la raie choisie (les différences trouvées sont donc dues à des incertitudes expérimentales) :

$$z = \frac{4,12 + 4,32 + 3,92}{3} = 4,12\%$$

2.3.4. D'après **2.2.1.** $\frac{v}{c} = \frac{\lambda'}{\lambda_0} - 1 = \frac{\lambda' - \lambda_0}{\lambda_0}$ d'où l'on déduit que $z = \frac{v}{c}$.

2.3.5. Calcul de la nouvelle valeur de la vitesse de la galaxie :

$$v = z \cdot c = 4,12 \cdot 10^{-2} \times 3,00 \cdot 10^8 = 1,24 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Cette valeur est plus pertinente que celle calculée à la question **2.2.2.** car elle tient compte de trois mesures (liées aux trois raies) au lieu d'une seule.

3. DÉTERMINATION DE LA DISTANCE D'UNE GALAXIE

3.1. D'après la relation $v = H \cdot d$, la valeur de la constante de Hubble est le coefficient directeur de la droite représentée sur le document 5 et qui passe par les points de coordonnées $(0 ; 0)$ et $(500 ; 3,2 \cdot 10^4)$. On a donc : $H = \frac{3,2 \cdot 10^4 - 0}{500 - 0} = 64 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$.

3.2. D'après la relation $v = H \cdot d$, on a $d = \frac{v}{H}$. Or $v = z \cdot c$ d'où $d = \frac{z \cdot c}{H}$. Dans cette relation, il faut exprimer c en $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ pour être en cohérence avec les unités de H d'où la distance d recherchée : $d = \frac{z \cdot c}{H} = \frac{4,12 \cdot 10^{-2} \cdot 3,00 \cdot 10^5}{64} = 1,9 \cdot 10^2 \text{ Mpc} = 5,9 \cdot 10^{15} \text{ m}$

4. COMPARAISON DES SPECTRES DE DEUX GALAXIES

4.1. Le spectre de la galaxie TGS153Z170 présente une intensité lumineuse faible ponctuée de pics d'intensité lumineuse élevée : il s'agit donc d'un spectre d'émission. Quant à celui de la galaxie TGS912Z356, il présente une intensité lumineuse élevée ponctuée de « pics » d'intensité lumineuse plus faible qui correspondent à des raies d'absoption. Il s'agit donc d'un spectre d'absorption.

4.2. Sur les spectres de ces deux galaxies, on constate que le décalage vers le rouge est plus important pour TGS912Z356 que pour TGS153Z170 car chaque raie de l'hydrogène se situe à une longueur d'onde plus élevée sur le document 4 que sur le document 3 ($736 > 683, 543 > 507$ et $486 > 451$).

On en déduit que l'effet Doppler est plus important pour TGS912Z356 donc que la vitesse d'éloignement de cette galaxie est plus grande que celle de TGS153Z170.

Or, d'après la loi de Hubble, plus une galaxie présente une vitesse élevée, plus elle est éloignée de la Terre. On peut donc en conclure que la galaxie TGS912Z356 est plus éloignée de la Terre que la galaxie TGS153Z170.