EXERCICES Appliquer le cours

Étude cinématique (§1 du cours)

13. Définir et reconnaître des mouvements

a. À $t_0 = 0$ s, $x(t_0) = 1$ et $y(t_0) = 3$.

Le vecteur position est par définition :

$\overrightarrow{OA}(t_0) = x(t_0)\vec{i} + y(t_0)\vec{j} = \vec{i} + 3\vec{j}$

b. Le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position par rapport au temps :

$$\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OA}}{dt} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$$

$$\text{et } v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \text{ ; } v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 0$$

c. Le vecteur vitesse est un vecteur constant, la trajectoire est une droite et le mouvement est rectiligne uniforme.

14. Calculer et représenter la vitesse

a. Le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position par rapport au temps.

b. L'expression approchée du vecteur vitesse étant :

$\vec{v}(t_3) = \dfrac{\overrightarrow{A_2A_4}}{2\tau}$.

Le vecteur vitesse à la date t_3 a même direction et même sens que le vecteur $\overrightarrow{A_2A_4}$.

Sa valeur est donnée par : $v_3 = \dfrac{A_2A_4}{2\tau}$.

Pour tout le quadrillage : 13 carreaux représentent 13 cm dans la réalité et mesurent 7,3 cm sur le papier (6,3 cm dans la version format compact du livre), A_2A_4 représentent x cm dans la réalité et mesure 2,6 cm sur le papier (2,2 cm format compact) ; la règle de proportionnalité permet écrire :

$$\frac{x}{13} = \frac{2{,}6}{7{,}3}\left(= \frac{2{,}2}{6{,}3}\right) \rightarrow \frac{13 \times 2{,}6}{7{,}3} = 4{,}6 \text{ cm } \left(= \frac{13 \times 2{,}2}{6{,}3}\right)$$

$$v_3 = \frac{4{,}6 \times 10^{-2}}{2 \times 40 \times 10^{-3}} = 0{,}58 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Principe d'inertie (§2 du cours)

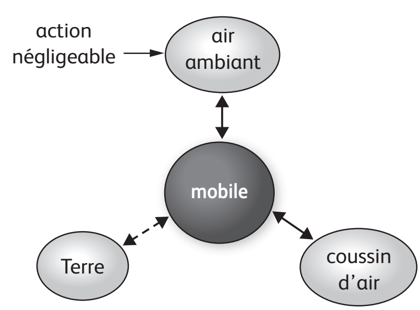
15. Connaître et exploiter le principe d'inertie

a. Le mouvement du centre d'inertie d'un solide est en général plus simple que celui que le mouvement des autres points de ce solide : le tracé *B* correspond donc au centre d'inertie du mobile.

b. Le tracé correspondant au centre d'inertie est formé de points alignés et régulièrement répartis : dans le référentiel du laboratoire considéré comme galiléen, le mouvement du centre d'inertie du mobile est rectiligne et uniforme. D'après le principe d'inertie, le système étudié dans un référentiel considéré comme galiléen est alors un système isolé car si $\overrightarrow{v_G} = \overrightarrow{\text{constante}}$ alors $\sum\overrightarrow{F_{\text{ext}}} = \vec{0}$.

Le mobile est donc un système isolé lors de cette expérience, les forces appliquées au système se compensent.

c. Le mobile autoporteur est en interaction avec la Terre, le coussin d'air et l'air ambiant d'où le diagramme suivant :



L'action due à la Terre est modélisée par le poids $\vec{P}$, l'action du coussin d'air par une force $\vec{R}$. En négligeant l'action de l'air ambiant : $\vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$ soit $\vec{R} = -\vec{P}$.

Quantité de mouvement (§3 du cours)

16. Définir la quantité de mouvement

a. Le vecteur quantité de mouvement d'un point matériel de masse m et animé d'une vitesse $\vec{v}$ est : $\vec{p} = m\vec{v}$

Le vecteur quantité de mouvement d'un système matériel est égale à la somme des vecteurs quantités de mouvement des n points matériels qui le constituent :

$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p_i}$

b. $p = mv = 1{,}0 \times 10^3 \times \dfrac{120}{3{,}6} = 3{,}3 \times 10^4\ \text{kg·m·s}^{-1}$.

c. On note M, la masse du camion et V, sa vitesse.

$p = mv = MV$; d'où $V = \dfrac{m}{M} v$.

A.N. : $V = \dfrac{1}{30} \times 120 = 4{,}0\ \text{km·h}^{-1}$.

17. Interpréter un mode de propulsion

a. Dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen, on étudie le système constitué par les deux patineurs.

b. Avant qu'ils ne se repoussent, les patineurs sont immobiles, leur quantité de mouvement est nulle. La quantité de mouvement du système est alors nulle : $\vec{p} = \vec{0}$.

Lorsque A et B se sont repoussés, la quantité de mouvement du système est : $\vec{p'} = \vec{p_A} + \vec{p_B}$.

Les frottements étant négligeables, chaque patineur est soumis à deux forces qui se compensent, son poids et la réaction du sol : le système étudié est isolé.

Dans ce cas, il y a conservation de la quantité de mouvement : $\vec{p} = \vec{p'}$ soit $\vec{0} = \vec{p_A} + \vec{p_B}$.

Les vecteurs quantité de mouvement de A et de B sont opposés : $\vec{p_A} = -\vec{p_B}$.

c. L'égalité précédente se traduit par :

$m_A \vec{v_A}(t) = -m_B \vec{v_B}(t)$

soit $\vec{v_B}(t) = -\dfrac{m_A}{m_B} \vec{v_A}(t)$.

Les vecteurs vitesse ont même direction mais des sens opposés.

Si $v_A = 4{,}0\ \text{m·s}^{-1}$:

$v_B = \dfrac{m_A}{m_B} v_A = \dfrac{50}{80} \times 4{,}0 = 2{,}5\ \text{m·s}^{-1}$.

18. Utiliser la conservation de la quantité de mouvement

a. On note $\vec{p}_{\text{avant}}$ la quantité de mouvement du système avant l'accrochage et $\vec{p}_{\text{après}}$, la quantité de mouvement du système après l'accrochage. Le système constitué par le wagon et la motrice est supposé isolé car les frottements sont négligeables :

$\vec{p}_{\text{avant}} = \vec{p}_{\text{après}}$

$p_{\text{avant}} = p_{\text{après}} = m_1 v_1 + m_2 v_2$

$p_{\text{avant}} = 100 \times 10^3 \times \dfrac{4{,}0}{3{,}6} = 1{,}1 \times 10^5\ \text{kg·m·s}^{-1}$.

b. Après l'accrochage, la vitesse du convoi étant noté v' :

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v'$

d'où $v' = \dfrac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$ avec $v_2 = 0$.

A.N. : $v' = \dfrac{100 \times 10^3 \times 4{,}0}{(100 \times 10^3 + 20 \times 10^3)} = 3{,}3\ \text{km·h}^{-1}$.

c. Cas 2 : $v' = \dfrac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$ avec $v_2 = 2{,}0\ \text{km·h}^{-1}$.

A.N. : $v' = 3{,}7\ \text{km·h}^{-1}$.

Cas 3 : le wagon se déplace en sens inverse de la motrice, la coordonnée de sa quantité de mouvement sur un axe orienté dans le sens du mouvement de la motrice sera $-m_2 v_2$. Ainsi :

$v' = \dfrac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$ avec $v_2 = 2{,}0 = \text{km·h}^{-1}$.

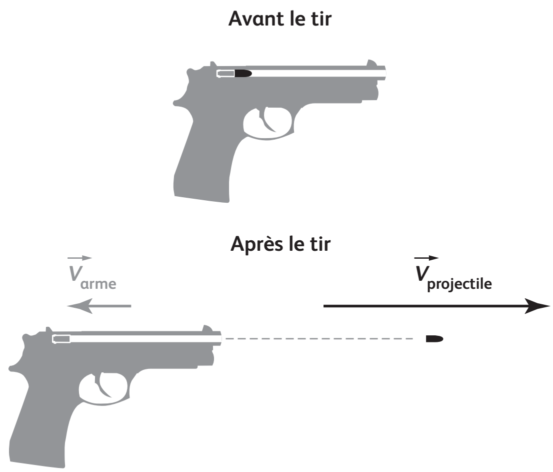
A.N. : $v' = 3{,}0\ \text{km·h}^{-1}$.

EXERCICES S'entraîner

19. Exercice résolu dans le manuel

20. Application de l'exercice résolu

Schéma de la situation :



• Avant le tir, le système {arme à feu + projectile} est au repos dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen : c'est un système isolé.

Juste après le tir on considère que le système est encore isolé, il y a donc conservation de la quantité de mouvement ce qui implique que la somme des quantités de mouvement de l'arme à feu et du projectile soit encore nulle. Dans ces conditions les vitesses du projectile et de l'arme sont obligatoirement de sens opposés et de même direction : le projectile part vers « l'avant » et l'arme part vers « l'arrière » dans le référentiel terrestre. Le projectile « avance » et l'arme « recule ».

• La conservation de la quantité de mouvement se traduit donc par :

$\vec{p}_{\text{avant le tir}} = \vec{p}_{\text{après le tir}}$

soit $\vec{0} = m_{\text{arme}} \vec{v}_{\text{arme}} + m_{\text{projectile}} \vec{v}_{\text{projectile}}$

ou encore $-m_{\text{arme}} \vec{v}_{\text{arme}} = m_{\text{projectile}} \vec{v}_{\text{projectile}}$

En projetant sur l'axe du mouvement du projectile :

$$m_{\text{arme}}\, v_{\text{arme}} = m_{\text{projectile}}\, v_{\text{projectile}}$$

$$\text{d'où } v_{\text{arme}} = \frac{m_{\text{projectile}}\, v_{\text{projectile}}}{m_{\text{arme}}}.$$

A.N. $v_{\text{arme}} = \dfrac{0{,}015 \times 500}{3{,}5} = 2{,}1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Cette valeur peut paraitre élevée. En réalité l'arme est en général tenue par le tireur et il faut alors prendre en compte la masse de celui-ci pour obtenir un résultat plus réaliste.

21. Exercice résolu dans le manuel

22. Application de l'exercice résolu

• Le parachutiste est en chute verticale à vitesse constante : son mouvement est donc rectiligne et uniforme.

• Le parachutiste est soumis à deux forces non négligeables d'expressions :

$$\vec{P} = m\vec{g} = mg\vec{j}$$
$$\vec{f} = -kv^2\vec{j}$$

avec $\vec{j}$ vecteur unitaire directeur de l'axe vertical orienté vers le bas.

Lorsque le parachutiste est en mouvement rectiligne et uniforme on a : $v_{\text{lim}} = \dfrac{L}{\Delta t}$

et d'après le principe d'inertie : $\vec{P} + \vec{f} = 0$.

En projection sur l'axe vertical, la relation vectorielle précédente donne :

$$mg - kv_{\text{lim}}^2 = 0 \quad \text{soit} \quad k = \frac{mg}{v_{\text{lim}}^2} = \frac{mg\Delta t^2}{L^2}.$$

A.N. : $k = \dfrac{100 \times 9{,}8 \times 40^2}{2\,000^2} = 0{,}39\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$.

23. Apprendre à rédiger

> COMPÉTENCES : **Connaître, analyser, réaliser.**

a. Par rapport au référentiel terrestre, l'échelle est en mouvement rectiligne uniforme.

Par rapport au référentiel du camion, l'échelle est immobile.

b. L'échelle est le système étudié : elle est soumise à son poids et à la réaction du support (on néglige l'action de l'air). Dans le référentiel terrestre considéré galiléen, elle est en mouvement rectiligne uniforme. D'après le principe d'inertie, elle constitue un système isolé : les deux forces se compensent.

Le raisonnement peut être effectué dans le référentiel du camion qui est aussi galiléen quand le camion est en mouvement rectiligne uniforme : l'échelle est alors au repos dans ce référentiel, elle constitue un système isolé et les deux forces se compensent toujours.

c. Lorsque le camion freine, l'étude du système est identique à celle réalisée dans la question **b.** Dans le référentiel terrestre : l'échelle persévère dans son mouvement et se déplace donc vers l'avant du camion qui ralentit. Par contre, le référentiel du camion n'est plus galiléen et le principe d'inertie ne s'applique plus.

d. Dans le référentiel terrestre, l'échelle est toujours le système étudié. Elle n'est soumise qu'à son poids. Le principe d'inertie ne s'applique pas car elle ne constitue pas un système isolé. Son centre d'inertie ne peut pas être en mouvement rectiligne uniforme et l'échelle tombe alors devant la voiture sous l'effet de son poids et de sa vitesse initiale.

24. Une fraction de seconde

> COMPÉTENCES : **Réaliser, valider.**

On exprime la durée 32 millions d'années en seconde :

$\Delta t = 32$ millions d'années $= 32 \times 10^6 \times 365$ jours

$= 32 \times 10^6 \times 365 \times 24 \times 3600 = 1{,}0 \times 10^{15}$ s.

Il y a le même rapport (10^{15}) entre une femtoseconde et une seconde, et entre une seconde et 32 millions d'années.

25. Observations et principe d'inertie

> COMPÉTENCES : **S'approprier, analyser, valider.**

a. Richard Feynman décrit ses observations dans un référentiel lié au chariot.

b. Son père se place dans le référentiel terrestre.

c. Le système étudié est le ballon. Il est soumis à son poids et à la réaction du support, les deux forces se compensent, il est donc isolé.

D'après le principe d'inertie, le centre d'inertie du ballon est soit immobile, soit en mouvement rectiligne uniforme dans un référentiel galiléen :

– si le chariot et le ballon sont initialement immobiles, lorsque l'on tire le chariot, le ballon garde sa position dans le référentiel terrestre, il « recule » dans le référentiel du chariot qui n'est pas galiléen ;

– si le chariot est en mouvement rectiligne uniforme, et qu'on l'arrête brusquement, le ballon persévère dans son mouvement rectiligne uniforme dans le référentiel terrestre galiléen. Il se précipite vers l'avant dans le référentiel du chariot qui n'est pas galiléen.

26. Conservation de la quantité de mouvement

> COMPÉTENCES : **Analyser, réaliser.**

La masse du gros poisson est notée M, celle du petit poisson m.

On étudie la quantité du mouvement du système constitué par les deux poissons « avant » puis « après » que le gros poisson ait avalé le petit.

Le système étant supposé isolé, la conservation de la quantité de mouvement donne :

$$\vec{p}_{\text{avant}} = \vec{p}_{\text{après}}$$
$$M\vec{V} = (M+m)\vec{V}'$$
$$V' = \frac{M}{M+m}V = \frac{\frac{M}{m}}{\frac{M}{m}+1}V = \frac{4}{4+1} \times 5 = 4\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}.$$

27. Exploitation de résultats expérimentaux

> COMPÉTENCES : **S'approprier, connaître, réaliser.**

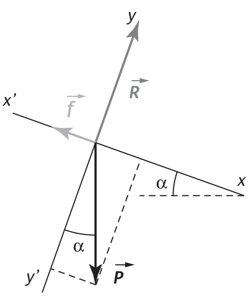
a. Les trajectoires sont des droites. Les points sont régulièrement répartis : les vitesses sont constantes. A et B sont donc en mouvement rectiligne uniforme.

b. La vitesse est $v = \dfrac{d}{\Delta t}$, d étant la distance parcourue pendant un intervalle de temps Δt.
La distance parcourue par B est plus grande que la distance parcourue par A pendant le même intervalle de temps Δt donc : $v_B > v_A$.
B est le mobile qui a acquis la plus grande vitesse.
c. Les quantités de mouvement étant égales, $p_A = p_B$ soit $m_A v_A = m_B v_B$. Si $v_B > v_A$, $m_B < m_A$.
A est le mobile le plus lourd.

28. Détermination des caractéristiques d'une force

> COMPÉTENCES : **Connaître, analyser, réaliser.**

a. Le mouvement est rectiligne uniforme : $\vec{v}_G = \overrightarrow{\text{cte}}$
b. D'après le principe d'inertie, le référentiel terrestre étant considéré galiléen, si $\vec{v}_G = \overrightarrow{\text{cte}}$ alors $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$.
Le système étudié est alors isolé.
c. Le skieur est en interaction avec la Terre, le sol et l'air. Il subit trois actions modélisées respectivement par le poids $\vec{P}$, la réaction du sol $\vec{R}$ et la force de frottement de l'air $\vec{f}$.



D'après le principe d'inertie : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = \vec{0}$.
Suivant l'axe $x'x$ parallèle à la pente et l'axe $y'y$ normal à la pente :

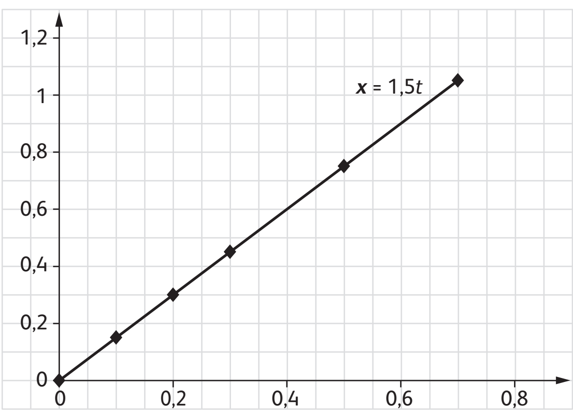
$P_x + R_x + f_x = 0$ $\qquad$ $P \sin\alpha + 0 - f = 0$
$P_y + R_y + f_y = 0$ $\qquad$ $-P\cos\alpha + R + 0 = 0$

La force $\vec{f}$ est telle que $\vec{f} = -f\vec{i}$ de valeur $f = P\sin\alpha$.
A.N. : $f = 70 \times 9{,}8 \times \sin 20° = 2{,}3 \times 10^2$ N.

29. Nature du mouvement

> COMPÉTENCES : **S'approprier, analyser, réaliser.**

a. $x(t) = 1{,}5t$.



b. $v_x = \dfrac{dx}{dt} = 1{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_y = \dfrac{dy}{dt} = 0$.
c. Le vecteur vitesse est un vecteur constant car ses coordonnées sont constantes, la trajectoire est une droite et le mouvement est rectiligne uniforme.

30. Objet au repos

> COMPÉTENCES : **S'approprier, connaître, réaliser, valider.**

a. Le livre est en interaction avec la table et avec la Terre. On néglige l'action de l'air ambiant.
Les actions mécaniques qu'il subit sont : le poids $\vec{P}$ et la réaction du support $\vec{R}$.
Étant immobile dans le référentiel terrestre supposé galiléen, $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$; les deux forces sont opposées.
b. La table étant inclinée, la force $\vec{R}$ n'est plus normale à la table, il y a nécessairement des frottements. La représentation des forces n'est pas modifiée.

31. De la seconde à la femtoseconde

> COMPÉTENCES : **S'approprier, analyser, réaliser, communiquer.**

a. Exemples d'événements et de durées associées

Événement	Durée	Ordre de grandeur en seconde
Reconnaissance d'une lettre par le cerveau	Quelques millisecondes	10^{-3}
Transport des signaux d'un neurone à l'autre	50 µs	10^{-4}
Trajet de la lumière de la page de la revue jusqu'à l'œil	Une à deux nanosecondes	10^{-9}
Trajet de la lumière à travers le cristallin	20 ps	10^{-11}
Impulsions laser les plus courtes que l'on sait produire aujourd'hui	Quelques femtosecondes	10^{-15}

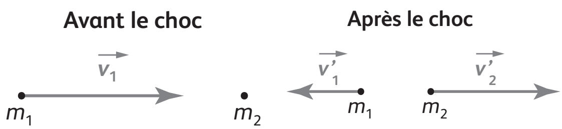
b. La durée des événements les plus courts que l'on peut enregistrer de nos jours est de l'ordre de la femtoseconde soit 10^{-15} s. Pour pouvoir avoir accès à la mesure de ces durées, il est nécessaire de pouvoir mesurer le temps avec une incertitude absolue au moins égale à 10^{-15} s, ce qui nécessite au minimum d'avoir l'unité seconde définie à 10^{-15} s près ce qui représente une incertitude relative (précision) de l'ordre de 10^{-15}.

32. Étude expérimentale de la conservation de la quantité de mouvement

> COMPÉTENCES : **Analyser, réaliser.**

L'exploitation consiste à schématiser la situation avant le choc puis après le choc (le choc s'effectuant sur un banc, les vecteurs vitesses sont colinéaires), puis à exprimer le vecteur quantité de mouvement du système avant et après le choc.
La quantité de mouvement est calculée avant puis après le choc. Si les deux valeurs sont égales, on pourra

conclure qu'il y a conservation de la quantité de mouvement pour le système.



Le vecteur quantité de mouvement avant le choc est :

$$\vec{p}_{\text{avant}} = m_1\vec{v}_1.$$

Le vecteur quantité de mouvement après le choc est :

$$\vec{p}_{\text{après}} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2.$$

En tenant compte du sens des vecteurs vitesses, on a :

$$p_{\text{avant}} = m_1v_1 \quad ; \quad p_{\text{après}} = -m_1v'_1 + m_2v'_2.$$

A.N. : $p_{\text{avant}} = 0{,}100 \times 5{,}0 = 5{,}0 \times 10^{-1}$ kg·m·s^{-1}.

$p_{\text{après}} = -0{,}100 \times 1{,}0 + 0{,}150 \times 4{,}0 = 5{,}0 \times 10^{-1}$ kg·m·s^{-1}.

Il y a conservation de la quantité de mouvement pour le système.

33. ★ *Base jump*

> COMPÉTENCES : **S'approprier, connaître, analyser, réaliser.**

a. Le mouvement est rectiligne uniforme si le vecteur vitesse est un vecteur constant : $\vec{v}_G = \overrightarrow{\text{cte}}$.

Le mouvement est étudié dans le référentiel terrestre considéré galiléen.

b. Les actions mécaniques qui s'exercent sur le système constitué par le *base jumper* et sa *wingsuit* sont : l'action exercée par l'air et l'action exercée par la Terre.

c. D'après le principe d'inertie, le mouvement étant rectiligne uniforme, le système (ramené à son centre d'inertie G) est isolé :

$$\vec{F} + \vec{P} = \vec{0} \quad \text{soit} \quad \vec{F} = -\vec{P}.$$

Le poids $\vec{P}$ est une force verticale dirigée vers le bas, de valeur $P = mg$;

$$P = 90 \times 9{,}8 = 8{,}8 \times 10^2 \text{ N}.$$

La force $\vec{F}$ est une force verticale dirigée vers le haut, de valeur $F = P$;

$$F = 8{,}8 \times 10^2 \text{ N}.$$

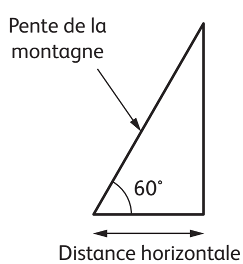
d. La durée du vol à la vitesse constante de valeur 160 km·h^{-1} est de $\Delta t = 36$ s.

La distance parcourue est donc :

$$d = v\Delta t = \frac{160}{3{,}6} \times 36 = 1\,600 \text{ m}.$$

La distance horizontale d_h couverte est donc :

$$d_h = d\cos\alpha = 1\,600 \times \cos(60°) = 800 \text{ m}.$$



34. ★ In English Please

> COMPÉTENCES : **S'approprier, connaître, analyser.**

a. Vrai ; la quantité de mouvement est une grandeur vectorielle.

b. Faux ; l'unité de la valeur de la quantité de mouvement est kg·m·s^{-1}.

c. Vrai ; mais un objet a une quantité de mouvement lorsqu'il se déplace même si sa vitesse n'est pas constante.

d. Faux ; le vecteur quantité de mouvement a même direction et même sens que le vecteur vitesse.

e. Faux ; le vecteur quantité de mouvement d'un système ne se conserve que si le système est isolé.

f. Vrai ; le vecteur quantité de mouvement varie comme le vecteur vitesse.

g. Vrai ; si $v_1 = v_2$ mais $m_1 > m_2$ alors $p_1 > p_2$.

h. Faux ; si $m_1 < m_2$ mais $v_1 > v_2$, alors p_1 peut être plus grand que p_2.

35. ★ Éclatement d'un système

> COMPÉTENCES : **S'approprier, analyser, réaliser, valider.**

a. L'enregistrement du mouvement de *A* donne des points alignés et équidistants : le mouvement est rectiligne et uniforme. La valeur de la vitesse de *A* est calculée non pas sur un mais sur quatre intervalles de temps pour une plus grande précision :

$$v_A = \frac{2{,}2 \times 10^{-2} \times 3}{4 \times 2{,}0 \times 10^{-2}} = 0{,}83 \text{ m·s}^{-1}.$$

On détermine de même la vitesse de *B* :

$$v_B = \frac{1{,}6 \times 10^{-2} \times 3}{4 \times 2{,}0 \times 10^{-2}} = 0{,}60 \text{ m·s}^{-1}.$$

Les trajectoires de *A* et de *B* sont colinéaires, les vitesses de *A* et de *B* ont donc même direction mais des sens opposés.

b. Le vecteur quantité de mouvement de *A* est par définition :

$$\vec{p}_A = m_A\vec{v}_A.$$

Il a même direction et même sens que la vitesse de *A* ; sa valeur est :

$$p_A = m_Av_A = 0{,}720 \times 0{,}83 = 0{,}60 \text{ kg·m·s}^{-1}.$$

De même, le vecteur quantité de mouvement de *B* est par définition : $\vec{p}_B = m_B\vec{v}_B$.

Il a même direction et même sens que le vecteur vitesse de *B* ; sa valeur est :

$$p_B = m_Bv_B = 0{,}980 \times 0{,}60 = 0{,}59 \text{ kg·m·s}^{-1}.$$

c. Les vecteurs quantité de mouvement ont même direction et des sens opposés comme les vecteurs vitesse, leurs valeurs sont quasi égales : $\vec{p}_A = -\vec{p}_B$.

La conservation de la quantité de mouvement avant et après l'explosion du système constitué par les deux mobiles impose que $\vec{p}_{\text{avant}} = \vec{p}_{\text{après}}$.

Les mobiles avant l'explosion étant immobiles : $\vec{p} = \vec{0}$.

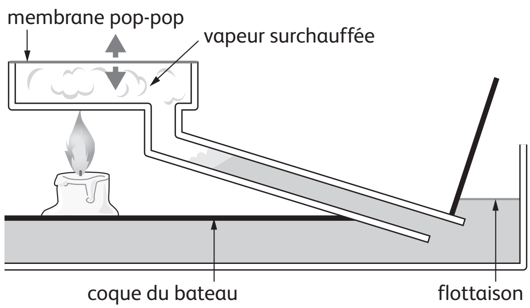
Après l'explosion, l'étude de l'enregistrement montre que : $\vec{p}_A + \vec{p}_B = \vec{0}$.

On a bien $\vec{p}_{\text{avant}} = \vec{p}_{\text{après}}$.

36. ★ Bateau pop-pop

> COMPÉTENCES : **S'approprier, analyser, communiquer.**

a. Le moteur pop-pop est formé d'un petit réservoir situé dans le bateau et relié à deux fines tubulaires qui aboutissent sous le niveau de l'eau, à l'arrière du bateau.
Le réservoir et les tubulures sont remplis d'eau avant le démarrage.
Une bougie allumée est placée sous le réservoir. L'eau qu'il contient chauffe, se vaporise provoquant une déformation de la membrane souple qui ferme le réservoir à sa partie supérieure. On entend alors un bruit : « pop ». Simultanément, de l'eau est éjectée par les tubulures et le bateau avance. La pression ayant diminuée dans le réservoir, la membrane se déforme dans l'autre sens, de l'eau rentre dans le réservoir et le cycle recommence.
Le bateau avance en faisant « pop-pop » tant que la bougie brûle.



b. Au démarrage du bateau, la conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\vec{p}_{\text{eau éjectée}} + \vec{p}_{\text{bateau}} = \vec{0}$$

$$\text{soit } \vec{p}_{\text{bateau}} = -\vec{p}_{\text{eau éjectée}}.$$

Les vecteurs quantités de mouvement sont opposés, il y a propulsion par réaction.

37. ★ S'auto-évaluer

Dans un référentiel galiléen, le vecteur quantité de mouvement d'un système isolé est un vecteur constant.
Étudions le système constitué par le proton et le noyau d'hélium.
Avant le choc, la quantité de mouvement est celle du proton de masse m_p animé de la vitesse $\vec{v}$:

$$\vec{p}_{\text{avant}} = m_{\text{p}}\vec{v}.$$

Après le choc, la quantité de mouvement est celle du noyau d'hélium de masse m_{He} animé de la vitesse $\vec{v}_1$ et celle du proton de masse m_{p} animé de la vitesse :

$$\vec{p}_{\text{après}} = m_{\text{He}}\vec{v}_1 + m_p\vec{v}_2.$$

Le système constitué par le proton et le noyau d'hélium étant supposé isolé et le référentiel d'étude étant supposé galiléen, la quantité de mouvement de ce système se conserve :

$\vec{p}_{\text{avant}} = \vec{p}_{\text{après}}$ ce qui donne : $m_p\vec{v} = m_{\text{He}}\vec{v}_1 + m_p\vec{v}_2$.

Les vitesses étant colinéaires, la relation vectorielle projetée selon la direction de la trajectoire des particules est : $m_p v = m_{\text{He}} v_1 - m_p v_2$.

On en déduit le rapport des masses :

$$\frac{m_{\text{He}}}{m_p} = \frac{v + v_2}{v_1}$$

L'application numérique donne :

$$\frac{m_{\text{He}}}{m_n} = \frac{1{,}0 \times 10^6 + 6{,}0 \times 10^5}{4{,}0 \times 10^5} = 4$$

Soit $m_{\text{He}} = 4m_p$.

38. ★★ Détecteur d'impureté

> COMPÉTENCES : **Connaître, analyser, réaliser.**

a. La quantité de mouvement du système constitué par les deux protons s'écrit :

$$\vec{p}_{\text{avant}} = m\vec{v}_1, \text{ avant la collision}$$

$$\vec{p}_{\text{après}} = m\vec{v}'_1 + m\vec{v}'_2, \text{ après la collision.}$$

Le système étant supposé isolé et le référentiel d'étude étant galiléen, la quantité de mouvement de ce système se conserve :

$$\vec{p}_{\text{avant}} = \vec{p}_{\text{après}} \text{ soit } m\vec{v}_1 = m\vec{v}'_1 + m\vec{v}'_2$$

et en simplifiant par m :

$$\vec{v}_1 = \vec{v}'_1 + \vec{v}'_2 \text{ (relation 1)}$$

b. La conservation de l'énergie cinétique donne :

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m v_1'^2 + \frac{1}{2} m v_2'^2$$

soit après simplification :

$$v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2 \text{ (relation 2)}$$

c. La relation 1 élevée au carré devient :

$$(\vec{v}_1)^2 = (\vec{v}'_1 + \vec{v}'_2)^2$$

$$v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2 + 2\, v_1 \times v_2 \text{ (relation 3)}$$

En utilisant la relation 2, on obtient : $0 = \vec{v}'_1 \cdot \vec{v}'_2$
Le produit scalaire des deux vecteurs étant nul, l'angle entre les deux vecteurs est un angle droit :

$$\theta + \psi = 90° \text{ ; avec } \theta = 30°, \psi = 60°.$$

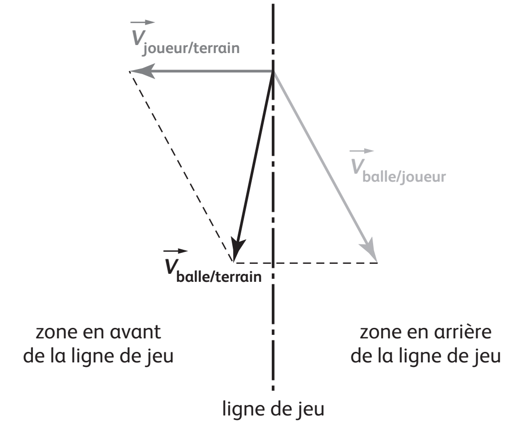
d. En présence d'une impureté, la collision ne se produit pas avec un angle de 90° entre les deux directions. Dans ce cas, les détecteurs placés à 90° l'un de l'autre ne détectent pas simultanément un signal.

39. ★★ Rugby

> COMPÉTENCES : **Analyser, réaliser, valider.**

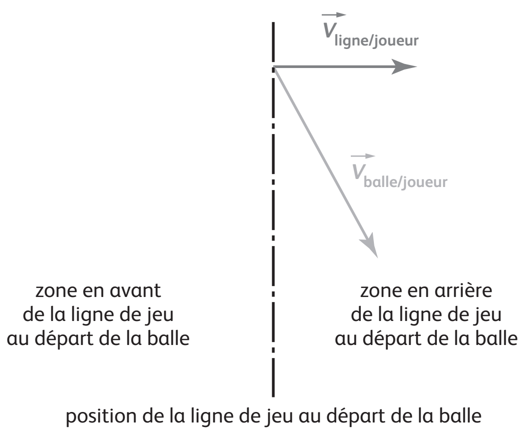
a. On peut consulter l'adresse ci-dessous pour découvrir la nouvelle règle d'arbitrage de la passe en avant :
http://www.lindependant.fr/2014/01/10/les-mains-de-la-discorde,1833348.php
D'après la nouvelle règle, la passe en avant est jugée maintenant selon le mouvement des mains du joueur lançant la balle et non plus selon la trajectoire du ballon dans le référentiel lié au terrain, comme c'était le cas auparavant. Ainsi le joueur qui lance le ballon fait bien une passe en arrière dans son propre référentiel mais il fait une passe avant au sens où la balle progresse dans le même sens que le joueur par rapport à la ligne de jeu.

Situation dans le référentiel terrestre
Schéma 1



La vitesse de la balle par rapport à la Terre (référentiel terrestre) est la somme de deux vitesses : la vitesse de la balle par rapport au joueur + la vitesse du joueur par rapport à la Terre. Dans la situation représentée la vitesse de la balle par rapport à la Terre présente une composante en avant de la ligne de jeu fixe dans le référentiel terrestre : la balle va atterrir en avant de la ligne de jeu sur le terrain.

Situation dans le référentiel du joueur qui lance le ballon
Schéma 2



Au moment où le joueur fait la passe, on voit la vitesse de la balle est bien orientée en arrière de la ligne de jeu : la balle est bien lancée en arrière par rapport à la ligne de jeu. Mais la ligne de jeu se déplace dans le référentiel lié au joueur. Il faut donc appliquer la règle au départ de la balle ce qui est bien conforme à son énoncé puisque c'est le mouvement des mains du joueur qui va déterminer le sens et la direction de la vitesse initiale de la balle dans le référentiel du joueur.

b. D'après le **schéma 1** de la question **a.**, on remarque que plus $\vec{v}_{\text{joueur/terrain}}$ sera de valeur élevée et plus la passe serait jugée en avant selon l'ancienne règle. Le problème disparait avec la nouvelle règle puisque la valeur de la vitesse du joueur par rapport au terrain n'intervient plus, ce qui avantage donc les joueurs les plus rapides car cela rend possible une progression plus rapide de la balle dans les lignes de l'équipe adverse !

40. ★★ **Projet *Breakthrough Starshot***

> COMPÉTENCES : **S'approprier, analyser, réaliser, communiquer.**

La description du projet *Breakthrough Starshot* dans le document 1 permet de relever les données essentielles du projet :

– la masse m de l'ensemble {sonde + voile solaire} de l'ordre de 1 gramme ;
– la puissance P du faisceau laser permettant de propulser la sonde de l'ordre de 100 GW ;
– la durée Δt de l'action du faisceau laser de l'ordre de 10 minutes ;
– l'énergie totale $\mathscr{E}_t$ effectivement récupérée par la voile lors de l'exposition au faisceau laser de l'ordre de 1 Térajoule soit 10^{12} J ;
– la valeur de la vitesse finale v atteinte par la sonde de l'ordre de 0,2c soit 6 10^7 m·s^{-1}.

De plus le document 2 explique qu'un photon possède une quantité de mouvement de valeur p_{photon} égale à $\dfrac{\mathscr{E}_{\text{photon}}}{c}$ et que dans le cas d'une voile parfaitement réfléchissante, un photon transfère à la voile une quantité de mouvement de valeur double à celle du photon incident, en raison de la conservation de la quantité de mouvement (en toute rigueur ceci n'est valable que si la voile a une vitesse négligeable devant la vitesse de la lumière. Si la voile possède une vitesse non négligeable par rapport à c alors le photon réfléchi n'a pas exactement la même fréquence à cause de l'effet Doppler et il ne possède donc pas exactement la même énergie).

On peut alors considérer que l'ensemble des photons qui ont transféré leur quantité de mouvement à la voile pendant la phase d'accélération est égale au double de l'énergie totale reçue $\mathscr{E}_t$ divisée par la célérité de la lumière soit :

$$2\sum p_{\text{photon}} = 2\sum\frac{\mathscr{E}_{\text{photon}}}{c} = \frac{2E_t}{c}$$

La voile, initialement au repos, acquiert alors la vitesse v et la valeur de sa quantité de mouvement est égale à :

$$p_{\text{voile}} = mv.$$

On a alors :

$$p_{\text{voile}} = 2\sum p_{\text{photon}} = 2\sum\frac{\mathscr{E}_{\text{photon}}}{c}$$

soit :

$$mv = \frac{2\mathscr{E}_t}{c}$$

$$v = \frac{2\mathscr{E}_t}{mc}$$

A.N. : $v = \dfrac{2 \times 100 \times 10^9 \times 600}{0{,}001 \times 3 \times 10^8} = 4{\cdot}10^7$ m·s^{-1}

soit une vitesse de l'ordre de 0,1 c.

En conclusion, les données semblent cohérentes en ordre de grandeur. En réalité la valeur de la vitesse obtenue doit être plus faible car la voile ne sera jamais

parfaitement réfléchissante dans la direction des photons incidents.
La conservation de l'énergie indique également que cette valeur est surestimée. L'énergie effectivement reçue par la voile valant 1 J (= 10^{-12} J), en négligeant les effets relativistes, on peut écrire que :

$$\mathscr{E}_t = \frac{1}{2} mv^2$$

soit $v = \left(\frac{2\mathscr{E}_t}{m}\right)^{0,5} = \left(\frac{2 \times 10^{12}}{0,001}\right)^{0,5} = 4,4 \times 10^7 \text{ m·s}^{-1}$.

On peut remarquer qu'une faible partie de l'énergie produite par le faisceau laser est effectivement transférée à la voile (de l'ordre de $\frac{10^{12}}{10^{11}\text{ W} \times 600\text{ s}} = 0,016 = 1,6\,\%$).
De plus cette énergie n'est en réalité pas transmise « d'un seul coup » et un calcul plus rigoureux sur la conservation de la quantité de mouvement et la conservation de l'énergie montre que l'énergie transmise par unité de temps (la puissance) est d'autant plus grande que l'effet Doppler est important. La transmission de l'énergie est d'autant plus efficace que la vitesse de la voile est grande ce qui est logique car la puissance transmise à la voile s'écrit comme le produit de la force de poussée (dérivée de la quantité de mouvement par rapport au temps) par la vitesse de la voile. On trouve alors que l'énergie transmise par unité de temps varie de quasiment 0 % lorsque la vitesse de la voile est nulle à 15 % lorsque la vitesse de la voile est de $4 \cdot 10^7$ m·s^{-1}, la valeur moyenne de 1,6 % étant bien encadrée par ces deux valeurs.

EXERCICES Objectif BAC

41. L'EXPÉRIENCE DE MILLIKAN

> COMPÉTENCES : **S'approprier, analyser, réaliser, valider.**

1. a. La gouttelette possède un mouvement rectiligne uniforme dans le référentiel du laboratoire. D'après le principe d'inertie, les forces exercées sur la gouttelette se compensent :

$$\vec{P} + \vec{f} = 0\ ;$$

$$\vec{P} = -\vec{f} = 6 \times \pi \times \eta \times r \times \vec{v_1} \text{ donc } P = f$$

soit, $m \cdot g = 6 \times \pi \times \eta \times r \times v_1$

$$v_1 = \frac{m \times g}{6 \times \pi \times \eta \times r}.$$

b. $v_1 = \frac{2}{9} = \frac{\rho \times g \times r^2}{\eta} = \frac{d}{\Delta t}$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{d \times \eta}{\rho \times g \times \Delta t} \times \frac{2}{9}$$

$$r = \sqrt{\frac{d \times \eta}{\rho \times g \times \Delta t} \times \frac{9}{2}}$$

$$r = \sqrt{\frac{2,11 \times 10^{-3} \times 1,8 \times 10^{-5}}{890 \times 9,8 \times 10,0} \times \frac{9}{2}}$$

$r = 1,4 \times 10^{-6}$ m $= 1,4$ µm.

2. On utilise directement les données du document 2 donnant la valeur de la charge électrique portée par chaque goutte pour calculer la valeur du rapport $\frac{|q|}{e}$ avec e qui représente la charge élémentaire ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C).
Voir le tableau en bas de page.

Le rapport $\frac{|q|}{e}$ est toujours égal à un nombre entier, $\frac{|q|}{e} = n$ soit $|q| = n \times e$.

La charge électrique des gouttelettes est effectivement quantifiée.

42. RÉSOLUTION DE PROBLÈME

Décollage du lanceur Ariane 5

> COMPÉTENCES : **S'approprier, analyser, réaliser, valider, communiquer.**

1. La vidéo du document 1 montre que la fusée se sépare des moteurs à poudre environ deux min et 10 s après le décollage de la fusée.
Les données disponibles au décollage telles que la masse m_0 de la fusée au décollage, le débit d'éjection D des gaz et la vitesse d'éjection v_g des gaz permettent de connaître la masse m_f de la fusée qui décroit au cours du temps.
Si on veut connaître la valeur v_f de la vitesse de la fusée, on peut envisager d'appliquer la conservation de la quantité de mouvement car on connait le débit massique D qui permet de connaitre la masse de gaz éjectés au cours du temps et la vitesse d'éjection v_g des gaz (en supposant que D et v_g soient constants).
Enfin, il est nécessaire de faire des hypothèses pour traiter ce problème simplement avec la conservation de la quantité de mouvement.

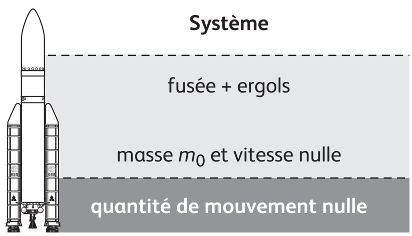
Tableau de la question 2. de l'exercice 41 :

Numéro de la gouttelette	1	2	3	4	5
Valeur absolue $\lvert q \rvert$ de la charge q de la gouttelette	$6,4 \times 10^{-19}$	$8,0 \times 10^{-19}$	$9,6 \times 10^{-19}$	$1,6 \times 10^{-18}$	$9,6 \times 10^{-19}$
Rapport $\frac{\lvert q \rvert}{e}$	4	5	6	10	6

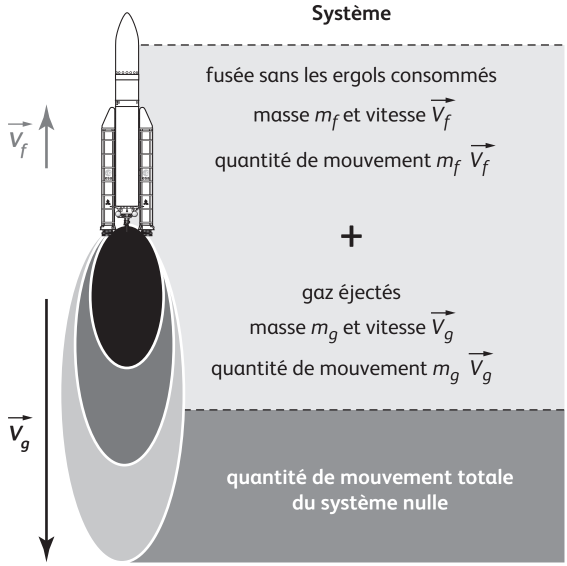
• <u>Hypothèse 1</u> : on considère que le système {fusée + gaz éjectés} est un système isolé et que l'on peut appliquer la conservation de la quantité de mouvement. Cela revient à négliger l'influence du poids ainsi que l'action des frottements de l'air sur la fusée dans la résolution de ce problème.

• <u>Hypothèse 2</u> : à la date $t = 0$ s le système est en une seule partie (fusée + ergols) et à la date $t = 2$ mn 10 s le système s'est séparé brusquement en deux parties : fusée sans les ergols consommés et gaz éjectés. Dans cette vision des choses, on ne prend pas en compte le fait que les variations de la vitesse et des masses de la fusée et des gaz éjectés sont, en réalité, continues dans le temps.

<u>État initial</u> : date $t = 0$ s



<u>État final</u> : date $t = 2$ min 10 s



$\vec{p}_{\text{initiale}} = \vec{p}_{\text{finale}}$ ce qui donne : $\vec{0} = m_f \vec{v}_f + m_g \vec{v}_g$.

Soit en projection suivant un axe vertical :

$$-m_f v_f = m_g v_g$$

$$\text{d'où } v_f = \frac{m_g v_g}{m_f} = \frac{m_g v_g}{m_0 - m_g}.$$

On peut exprimer la masse des gaz éjectés avec le débit D et le temps écoulé Δt :

$$m_g = D\Delta t.$$

L'expression de la vitesse de la fusée devient alors :

$$v_f = \frac{D\Delta t v_g}{m_0 - D\Delta t}.$$

$$\text{A. N. : } v_f = \frac{2{,}9 \cdot 10^3 \times 130 \times 4{,}0 \times 10^3}{780 \times 10^3 - 2{,}9 \times 10^3 \times 130}$$

$$= 3{,}7 \times 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

2. D'après la vidéo du document 1, la fusée atteint une vitesse de 2,0 km·s^{-1} 2 min 10 s après le décollage. Le document 2 confirme cette information. L'ordre de grandeur de la vitesse obtenue par le calcul (le km.s^{-1}) est donc correct mais la valeur obtenue est quasiment deux fois supérieure à la valeur réelle. En réalité le système n'est bien sûr pas isolé, le poids et l'action des frottements de l'air sont loin d'être négligeables.

<u>Note</u> : c'est l'hypothèse 1 (système isolé) qui est ici la plus contestable car la résolution de ce problème avec prise en compte du poids et utilisation de la seconde loi de Newton (hors contexte dans ce chapitre) mais en gardant l'hypothèse 2 (ce qui évite de résoudre le problème en terme de résolution de l'équation différentielle du mouvement) montre que l'on s'approche beaucoup mieux de la vitesse réelle, la valeur trouvée étant alors de 2,5 km·s^{-1}.

La prise en compte des forces de frottements de l'air, qui agissent significativement seulement dans les basses couches de l'atmosphère permettrait probablement d'améliorer encore ce résultat.