CHAPITRE 8 :

MOUVEMENTS DES SATELLITES ET DES PLANÈTES

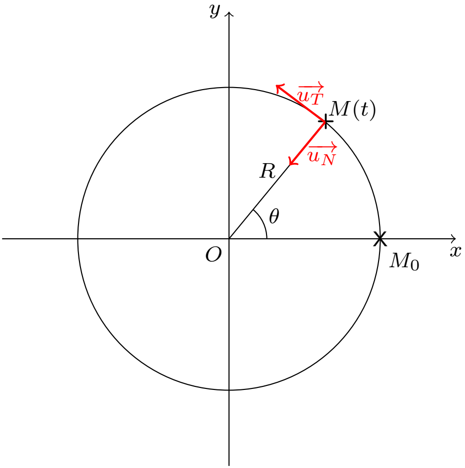
Pierre-André LABOLLE

Lycée International des Pontonniers

Janvier 2020

I. Cinématique des mouvements circulaires

1. La base de Frenet



I. Cinématique des mouvements circulaires

1. La base de Frenet

- Pour l'étude des mouvements circulaires, une base cartésienne n'est pas très adaptée.
- On se munit donc d'une autre base, en coordonnées polaires, appelée **base de Frenet**, qui est une **base mobile**.
- La base de Frenet est composée de deux vecteurs $\left(\overrightarrow{u_T}, \overrightarrow{u_N}\right)$ respectivement tangent à la trajectoire et normal à la trajectoire.
- Le vecteur $\overrightarrow{u_T}$ est appelé vecteur tangentiel ; il est dirigé dans le sens du mouvement.
- Le vecteur $\overrightarrow{u_N}$ est appelé vecteur normal ; il est centripète (dirigé vers l'intérieur de la courbure).

I. Cinématique des mouvements circulaires

2. Accélération du point M

Accélération dans un mouvement circulaire

$$\overrightarrow{a} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{dv}{dt} \cdot \overrightarrow{u_T} + \frac{v^2}{R} \cdot \overrightarrow{u_N}$$

- On appelle **accélération tangentielle** $\overrightarrow{a_T} = \dfrac{dv}{dt} \cdot \overrightarrow{u_T}$; elle est due à la variation de la valeur de la vitesse.
- On appelle **accélération normale** $\overrightarrow{a_N} = \dfrac{v^2}{R} \cdot \overrightarrow{u_N}$; elle est due à la variation de la direction du vecteur vitesse.
- Ainsi, on a : $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{a_T} + \overrightarrow{a_N}$

I. Cinématique des mouvements circulaires

2. Accélération du point M

- Si en plus d'être circulaire ($R = cste$), le mouvement est uniforme, alors $v = cste$ et $\dfrac{dv}{dt} = 0$ donc $\overrightarrow{a_T} = \vec{0}$ et alors $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{a_N} = \dfrac{v^2}{R} \cdot \overrightarrow{u_N}$
- On dit alors que l'accélération d'un mouvement circulaire uniforme est purement normale et centripète.
- ATTENTION : on voit bien ici que l'accélération d'un mouvement circulaire uniforme n'est pas nulle ! ! !

I. Cinématique des mouvements circulaires

3. Vitesse angulaire

- La vitesse angulaire ω, en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ est donnée par :

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\widehat{M_0 M}}{R}\right) = \frac{v}{R}$$

- On a donc la relation suivante : $\boxed{v = R \cdot \omega}$
- Il en découle une autre expression de l'accélération normale :

$$a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{R^2 \cdot \omega^2}{R} = R \cdot \omega^2$$

I. Cinématique des mouvements circulaires

4. Période de révolution

- La période de révolution est la durée mise par le point M pour faire un tour, donc pour parcourir une distance égale au périmètre de la trajectoire, soit $2\pi \cdot R$

- On a donc $v = \dfrac{2\pi \cdot R}{T}$ soit $\boxed{T = \dfrac{2\pi \cdot R}{v}} = \dfrac{2\pi}{\omega}$

II. Mouvements des satellites et des planètes

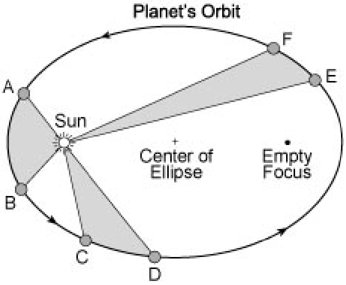
1. Les lois de Kepler

Dans le référentiel héliocentrique :

- **Première loi de Kepler :** chaque planète décrit une ellipse dont l'un des foyers est occupé par le centre du Soleil.

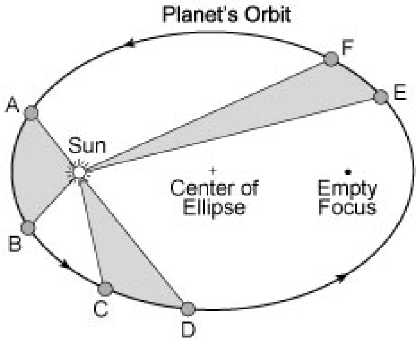
- **Deuxième loi de Kepler :** le segment Soleil-Planète balaie des aires égales au cours de durées égales.

- **Troisième loi de Kepler :** Le rapport $\dfrac{T^2}{a^3}$ du carré de la période de révolution au cube du demi grand-axe a la même valeur pour toutes les planètes et ne dépend que de l'astre attracteur (ici, le Soleil).



II. Mouvements des satellites et des planètes

1. Les lois de Kepler



II. Mouvements des satellites et des planètes

2. Application de la deuxième loi de Newton au cas des satellites

- Système étudié : {satellite} noté S
- On se place dans le référentiel géocentrique considéré comme galiléen.
- On appelle R_T le rayon terrestre et h l'altitude du satellite au-dessus de la surface terrestre.
- On suppose que le satellite décrit une trajectoire circulaire.
- On suppose que la Terre, notée T, est un corps à répartition sphérique de masse donc la force gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite a pour expression, dans la base de Frenet : $\overrightarrow{F_{T/S}} = G \cdot \dfrac{M_T \cdot m_S}{(R_T + h)^2} \cdot \overrightarrow{u_N}$
- La seule force extérieure appliquée au satellite est cette force de gravitation (on considère que les frottements sont négligeables à cette altitude) et la masse du satellite est constante donc, d'après la deuxième loi de Newton, on a :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{F_{T/S}} = \frac{d\overrightarrow{p}}{dt} = m_S \cdot \overrightarrow{a} \text{ ou encore } \overrightarrow{F_{T/S}} = m_S \cdot \overrightarrow{a}$$

II. Mouvements des satellites et des planètes

2. Application de la deuxième loi de Newton au cas des satellites

$$\overrightarrow{F_{T/S}} = G \cdot \frac{M_T \cdot \cancel{m_S}}{(R_T + h)^2} \cdot \overrightarrow{u_N} = \cancel{m_S} \cdot \overrightarrow{a}$$

$$G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \cdot \overrightarrow{u_N} = \frac{dv}{dt} \cdot \overrightarrow{u_T} + \frac{v^2}{R} \cdot \overrightarrow{u_N}$$

- Ces deux vecteurs sont égaux si et seulement si leurs coordonnées (selon $\overrightarrow{u_T}$ et $\overrightarrow{u_N}$) sont égales. On en déduit alors ce qui suit.
- $\frac{dv}{dt} \cdot \overrightarrow{u_T} = \overrightarrow{0}$ donc $\frac{dv}{dt} = 0$ ce qui signifie que la vitesse du satellite est constante : le mouvement est circulaire uniforme.

II. Mouvements des satellites et des planètes

2. Application de la deuxième loi de Newton au cas des satellites

- $G \cdot \dfrac{M_T}{(R_T + h)^2} \cdot \overrightarrow{u_N} = \dfrac{v^2}{R} \cdot \overrightarrow{u_N}$ soit $G \cdot \dfrac{M_T}{(R_T + h)^2} = \dfrac{v^2}{R}$

  $v^2 = G \cdot M_T \cdot \dfrac{R}{(R_T + h)^2}$ or $R = (R_T + h)$ donc $v^2 = \dfrac{G \cdot M_T}{R_T + h}$

  Et enfin, on obtient l'expression de la vitesse du satellite : $\boxed{v = \sqrt{\dfrac{G \cdot M_T}{R_T + h}}}$

- Or, le champ de pesanteur à la surface de la Terre est : $g_0 = \dfrac{G \cdot M_T}{R_T^2}$ donc $G \cdot M_T = g_0 \cdot R_T^2$

  On obtient alors une autre expression de la vitesse : $\boxed{v = \sqrt{g_0 \cdot \dfrac{R_T^2}{R_T + h}}}$

- La vitesse du satellite ne dépend pas de la masse du satellite. En outre, si l'altitude du satellite augmente, la vitesse, elle, diminue.

II. Mouvements des satellites et des planètes

3. Période de révolution du satellite

- $$T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = 2\pi \cdot \frac{R_T + h}{v} = 2\pi \cdot (R_T + h) \cdot \sqrt{\frac{R_T + h}{g_0 \cdot R_T^2}}$$

  $$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{g_0 \cdot R_T^2}}$$

- On voit ici que la période de révolution ne dépend que de l'altitude du satellite donc tous les satellites sur une même orbite ont même période de révolution (ce qui est plutôt pratique !).

- On retrouve, dans le cas particulier du mouvement circulaire, la troisième loi de Kepler, en effet :

  $$T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{(R_T + h)^3}{g_0 \cdot R_T^2} = 4\pi^2 \frac{a^3}{G \cdot M_T} \text{ d'où } \frac{T^2}{(R_T + h)^3} = \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T},$$

  ce qui est une constante qui ne dépend que de l'attracteur (c'est d'ailleurs ainsi que l'on peut mesurer la masse des étoiles...)

Afin d'observer un mouvement circulaire uniforme, il faut une vitesse initiale non nulle et une force radiale.

II. Mouvements des satellites et des planètes

4. Satellite géostationnaire

- Un satellite géostationnaire est un satellite qui demeure en permanence à la verticale du même point de la surface terrestre.
- Un tel satellite a nécessairement une orbite circulaire contenue dans le plan de l'équateur.
- La période d'un satellite géostationnaire est égale à un jour sidéral, soit la durée nécessaire à la Terre pour faire un tour sur elle-même (23h 56min 4s ou 86 164s).
- Calculons l'altitude d'un satellite géostationnaire sachant que $g_0 = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ et $R_T = 6380$ km :

II. Mouvements des satellites et des planètes

4. Satellite géostationnaire

- $T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\dfrac{(R_T + h)^3}{g_0 \cdot R_T^2}}$ donc $T_0^2 = 4\pi^2 \cdot \dfrac{(R_T + h)^3}{g_0 \cdot R_T^2}$ d'où

  $(R_T + h)^3 = \dfrac{T_0^2 \cdot g_0 \cdot R_T^2}{4\pi^2}$ il vient $(R_T + h) = \sqrt[3]{\dfrac{T_0^2 \cdot g_0 \cdot R_T^2}{4\pi^2}}$

- $(R_T + h) = \sqrt[3]{\dfrac{86164^2 \times 9,81 \times (6380 \cdot 10^3)^2}{4\pi^2}}$ = 42200 km
- $h = (R_T + h) - R_T = 42200 - 6380 =$ 35800 km
- Ces satellites, situés à environ 36 000 km de la Terre sont utilisés pour les télécommunications et en tant que relais hertziens.

II. Mouvements des satellites et des planètes

5. Impesanteur

- L'apesanteur est une situation physique où la pesanteur est nulle. Cette situation n'existe que dans des endroits de l'Univers dont toute masse se trouve infiniment éloignée.

- L'impesanteur est une situation physique dans laquelle la pesanteur apparente est presque nulle mais il existe bel et bien une pesanteur non nulle en réalité.

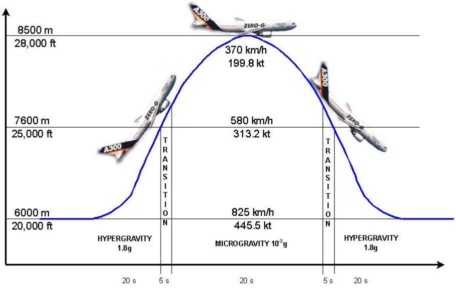
- C'est la situation, par exemple, de l'astronaute dans une station orbitale (même conditions initiales du mouvement, même accélération et même mouvement) ou dans l'airbus A300 zéro G (quasiment en chute libre).

II. Mouvements des satellites et des planètes

5. Impesanteur

II. Mouvements des satellites et des planètes

5. Impesanteur



II. Mouvements des satellites et des planètes

5. Impesanteur

EXERCICES

EXERCICES PP208-219 n°21, 23, 30, 32, 36 et 40